1. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x)=xe^{\frac{1}{x-2}}$$

1° Домен: $x-2\neq 0,\ x\neq 0$

$D_f=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

2° Парност: $f(-x)=-xe^{\frac{1}{-x-2}}\neq \pm f(x) \Rightarrow$ функција није ни парна ни непарна

3° Нуле и знак функције:

$e^{\frac{1}{x-2}}>0$ за $\forall x\in D_f \Rightarrow f(x)>0$ за $x>0$

$f(x)<0$ за $x<0$

$f(x)=0$ за $x=0$

4° Асимптоте:

Вертикална асимптота:

Потенцијална вертикална асимптота је права $x=2$

$$\left.\begin{aligned}\lim_{x\to 2^-} f(x)&=\lim_{x\to 2^-} \underset{\downarrow 2}{x}\, e^{\overset{\to -\infty}{\frac{1}{x-2}}}=2\cdot 0=2\\ \lim_{x\to 2^+} f(x)&=\lim_{x\to 2^+} \underset{\downarrow 2}{x}\, e^{\overset{\to +\infty}{\frac{1}{x-2}}}=+\infty\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

$x=2$ је вертикална асимптота на график ф-је f

Хоризонтална асимптота:

$$\left.\begin{aligned}\lim_{x\to+\infty} f(x)&=\lim_{x\to+\infty} \overset{\to\infty}{x}\, e^{\overset{\to 1}{\frac{1}{x-2}}}=+\infty\\ \lim_{x\to-\infty} f(x)&=\lim_{x\to-\infty} \overset{\to -\infty}{x}\, e^{\overset{\to 0}{\frac{1}{x-2}}}=-\infty\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

нема хоризонталних асимптота на график ф-је f

Коса асимптота:

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\pm\infty} e^{\frac{1}{x-2}}=1=k$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}(f(x)-kx)=\lim_{x\to\pm\infty}\left(xe^{\frac{1}{x-2}}-x\right)=\lim_{x\to\pm\infty}x\left(e^{\frac{1}{x-2}}-1\right)=\lim_{x\to\pm\infty}x\,\frac{e^{\frac{1}{x-2}}-1}{\frac{1}{x-2}}\cdot\frac{1}{x-2}=$$

$$=\lim_{x\to\pm\infty}\overset{\to 1}{\frac{x}{x-2}}\ \overset{\to 1}{\frac{e^{\frac{1}{x-2}}-1}{\frac{1}{x-2}}}=1=n$$

Дакле, $y=x+1$ је коса асимптота на график ф-је f кад x тежи $\pm\infty$.

5° Монотоност и екстремне вриједности ф-је:

$$f'(x)=e^{\frac{1}{x-2}}\cdot\frac{x^2-5x+4}{(x-2)^2}$$

$$\left.\begin{aligned}&f'(x)=0\Leftrightarrow x^2-5x+4=0\Leftrightarrow x=1\vee x=4\\ &f'(x)\text{ није дефинисан за } x=2,\text{ али } 2\notin D_f\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

Потенцијалне тачке екстремума функције f су $x=1$ и $x=4$

$$f'(x) = e^{\frac{1}{x-2}} \cdot \frac{x^2-5x+4}{(x-2)^2} = e^{\frac{1}{x-2}} \frac{(x-1)(x-4)}{(x-2)^2}$$

$e^{\frac{1}{x-2}}>0$, $(x-2)^2>0$ за $x\in D_f$ $\Rightarrow$ Знак $f'(x)$ зависи од знака ф-ја $x-1$ и $x-4$

	$(-\infty,1)$	$(1,2)$	$(2,4)$	$(4,+\infty)$
$x-1$	$-$	$+$	$+$	$+$
$x-4$	$-$	$-$	$-$	$+$
f'	$+$	$-$	$-$	$+$
f	$\nearrow$	$\searrow$	$\searrow$	$\nearrow$

Дакле, $f \nearrow$ на $(-\infty,1)\cup(4,+\infty)$

$f \searrow$ на $(1,2)\cup(2,4)$

$x=1$ је тачка локалног максимума

$x=4$ је тачка локалног минимума

$f_{max}=f(1)=e^{-1}$, $f_{min}=f(4)=4\sqrt{e}$

6° Конвексност и преводне тачке

$$f''(x)=\frac{5x-8}{(x-2)^4}e^{\frac{1}{x-2}}$$

$y''=0$ за $x=\frac{8}{5}$

y'' није дефинисано за $x=2$, али $2\notin D_f$ $\Big\} \Rightarrow$ Потенцијална преводна тачка ф-је f је $x=\frac{8}{5}$

$e^{\frac{1}{x-2}}>0$, $(x-2)^4>0$ за $x\in D_f$ $\Rightarrow$ знак $f''(x)$ зависи само од ф-је $y=5x-8$

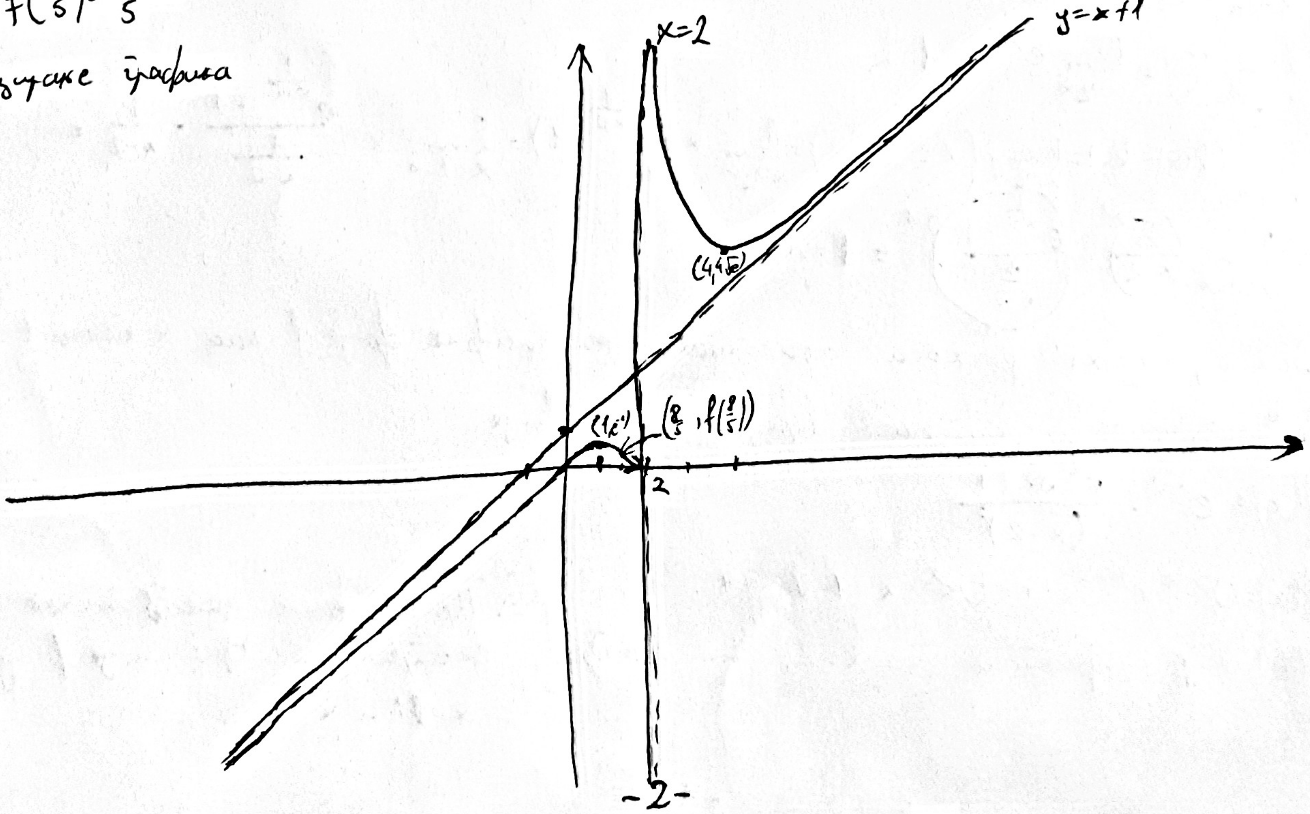
$f''(x)>0$ за $x>\frac{8}{5}$ $\Rightarrow$ f је конвексна на $(\frac{8}{5},2)\cup(2,+\infty)$

$f''(x)<0$ за $x<\frac{8}{5}$ $\Rightarrow$ f је конкавна на $(-\infty,\frac{8}{5})$

$x=\frac{8}{5}$ је ~~преводна~~ тачка превоја ф-је f

$f(\frac{8}{5})=\frac{8}{5}e^{-\frac{5}{2}}$

7° Скицирање графика



2. Испитати ток и скицирати график ф-је:

$$f(x)=\sqrt[3]{2x^2-x^3}$$

1° $D_f=\mathbb{R}$

2° $f(-x)=\sqrt[3]{2(-x)^2-(-x)^3}=\sqrt[3]{2x^2+x^3}\neq \pm f(x) \Rightarrow$ ф-ја f није ни парна ни непарна

3° $f(x)=0 \Leftrightarrow \sqrt[3]{2x^2-x^3}=0 \Leftrightarrow 2x^2-x^3=0 \Leftrightarrow x^2(2-x)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=2$

$f(x)>0 \Leftrightarrow x^2(2-x)>0 \Leftrightarrow x\neq 0, 2-x>0 \Leftrightarrow x<2, x\neq 0$

$f(x)<0 \Leftrightarrow x>2$

4° $D_f=\mathbb{R} \Rightarrow$ ф-ја f нема вертикалних асимптота

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\sqrt[3]{x^2(2-x)}=\mp\infty \Rightarrow f$ нема хоризонталних асимптота

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{\sqrt[3]{x^2(2-x)}}{x}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{\cancel{x}\sqrt[3]{\frac{2}{x}-1}}{\cancel{x}}=-1=k$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}(f(x)-kx)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\sqrt[3]{2x^2-x^3}+x\right)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\sqrt[3]{2x^2-x^3}+x\right)\frac{\left(\sqrt[3]{2x^2-x^3}\right)^2-x\sqrt[3]{2x^2-x^3}+x^2}{\left(\sqrt[3]{2x^2-x^3}\right)^2-x\sqrt[3]{2x^2-x^3}+x^2}=$

$=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{2x^2\cancel{-x^3}\cancel{+x^3}}{\left(\sqrt[3]{2x^2-x^3}\right)^2-x\sqrt[3]{2x^2-x^3}+x^2}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{2\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}\left(\left(\sqrt[3]{\frac{2}{x}-1}\right)^2-\sqrt[3]{\frac{2}{x}-1}+1\right)}=\frac{2}{3}$

Дакле, $y=-x+\frac{2}{3}$ је коса асимптота на график ф-је f кад x тежи $\pm\infty$

5° $f'(x)=\frac{1}{3}\,\frac{x(4-3x)}{\sqrt[3]{x^4(2-x)^2}}$

$\left.\begin{array}{l} f'(x)=0 \text{ за } 4-3x=0, \text{ т.ј. } x=\frac{4}{3} \\ f'(x) \text{ није дефинисано за } x=0, x=2 \end{array}\right\} \Rightarrow x=\frac{4}{3}, x=0, x=2$ су потенцијалне тачке екстрема ф-је f

$x^4>0, (2-x)^2>0$ за $x\neq 0, x\neq 2 \Rightarrow$ знак f' зависи од знака ф-ја x и $4-3x$

	$(-\infty, 0)$	$(0, \frac{4}{3})$	$(\frac{4}{3}, 2)$	$(2, +\infty)$
x	−	+	+	+
$4-3x$	+	+	−	−
f'	−	+	−	−
f	↘	↗	↘	↘

$f \nearrow$ на $(0, \frac{4}{3})$

$f \searrow$ на $(-\infty, 0)\cup(\frac{4}{3}, +\infty)$

$x=0$ је тачка локалног минимума

$x=\frac{4}{3}$ је тачка локалног максимума

$f_{min}=f(0)=0$

$f_{max}=f(\frac{4}{3})=\sqrt[3]{\frac{32}{27}}$

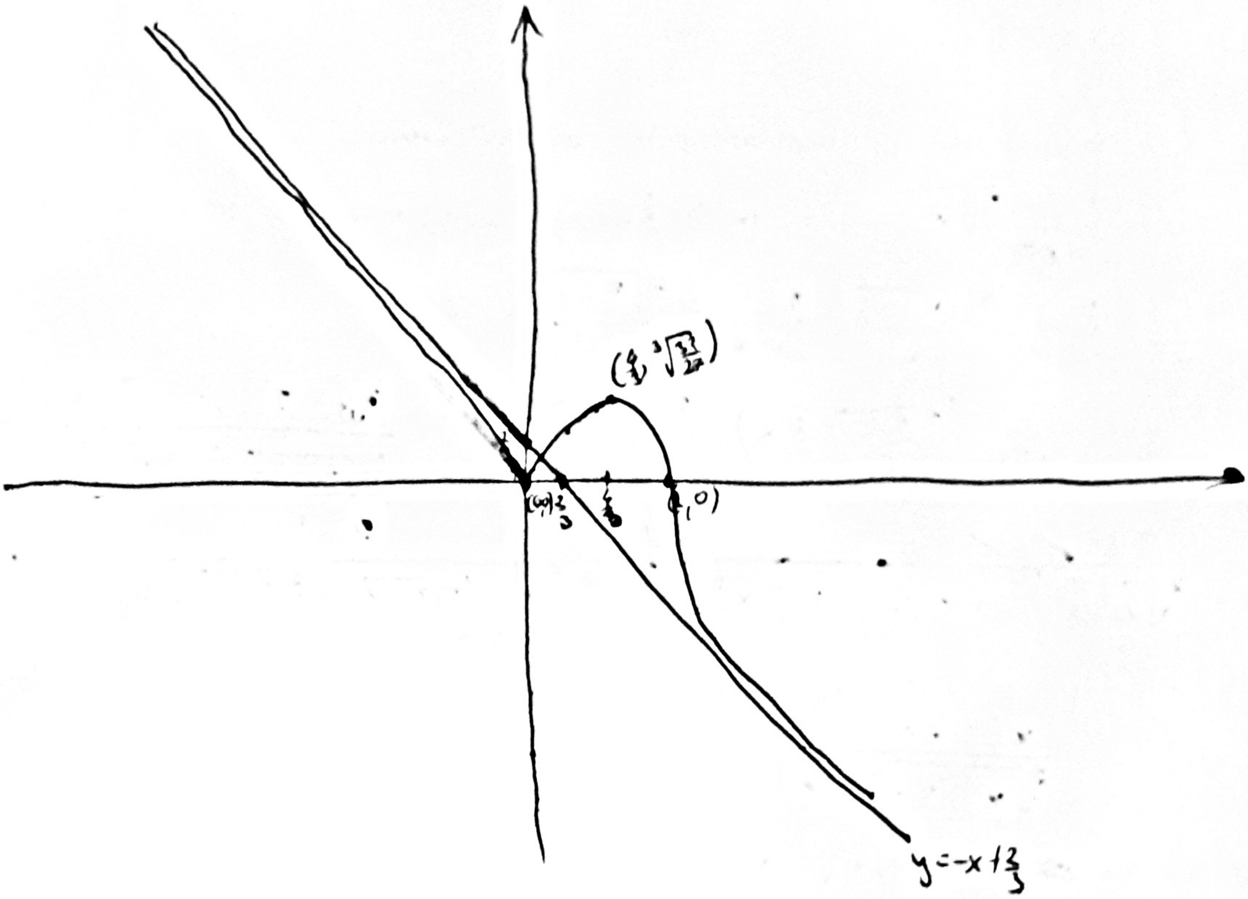
6° $f''(x) = \dfrac{-8}{3\sqrt[3]{x^4(2-x)^5}}$

$f''(x)$ није дефинисан за $x=0, x=2 \Rightarrow x=0, x=2$ - потенцијалне превојне тачке ф-је f

$x^4>0$ за $x\neq 0 \Rightarrow f''(x)>0$ за $2-x>0$, тј за $x<2$ $\Big\} \Rightarrow$ f је конкавна на $(-\infty, 2)$

$f''(x)<0$ за $x>2$ $\quad$ f је конвексна на $(2,+\infty)$

7°



3. Испитати ток и скицирати график функције:

$$f(x)=(x^4-4x^3)^{\frac{1}{4}}=\sqrt[4]{x^4-4x^3}$$

1° $x^4-4x^3\geq 0$

$x^3(x-4)\geq 0$

		0		4	
x^3	$-$		$+$		$+$
$x-4$	$-$		$-$		$+$
$x^3(x-4)$	$+$		$+$		$+$

$D_f=(-\infty,0]\cup[4,+\infty)$

2° Како домен није симетричан у односу на 0, ф-ја f није ни парна ни непарна

3° $f(x)=0 \Leftrightarrow x^4-4x^3=0 \Leftrightarrow x^3(x-4)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=4$

$f(x)>0$ за $x\in D_f\setminus\{0,4\}$

4° $0,4\in D_f \Rightarrow$ нема вертикалних асимптота на график ф-је f

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}(x^4-4x^3)^{\frac{1}{4}}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}(x^3(x-4))^{\frac{1}{4}}=+\infty \Rightarrow$ нема хоризонталних асимптота на график ф-је f

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[4]{x^4-4x^3}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[4]{x^4}\sqrt[4]{1-\frac{4}{x}}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{|x|\sqrt[4]{1-\frac{4}{x}}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\cancel{x}\sqrt[4]{1-\frac{4}{x}}}{\cancel{x}}=1=k_1$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt[4]{x^4-4x}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt[4]{x^4}\sqrt[4]{1-\frac{4}{x}}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{|x|\sqrt[4]{1-\frac{4}{x}}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\cancel{x}\sqrt[4]{1-\frac{4}{x}}}{\cancel{x}}=-1=k_2$$

$$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-k_1x)=\lim_{x\to+\infty}\left((x^4-4x^3)^{\frac{1}{4}}-x\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(x\left(1-\frac{4}{x}\right)^{\frac{1}{4}}-x\right)=\lim_{x\to+\infty}x\left(\left(1-\frac{4}{x}\right)^{\frac{1}{4}}-1\right)=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\cancel{x}\cdot\frac{\left(1-\frac{4}{x}\right)^{\frac{1}{4}}-1}{-\frac{4}{x}}\cdot\left(\frac{-4}{\cancel{x}}\right)=\frac{1}{4}(-4)=-1=n_1$$

$$\lim_{x\to-\infty}(f(x)-k_2x)=\lim_{x\to-\infty}\left((x^4-4x^3)^{\frac{1}{4}}+x\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(-x\left(1-\frac{4}{x}\right)^{\frac{1}{4}}+x\right)=\lim_{x\to-\infty}-x\left(\left(1-\frac{4}{x}\right)^{\frac{1}{4}}-1\right)=$$

$$=\lim_{x\to-\infty}-\cancel{x}\,\frac{\left(1-\frac{4}{x}\right)^{\frac{1}{4}}-1}{-\frac{4}{x}}\left(\frac{-4}{\cancel{x}}\right)=-\frac{1}{4}\cdot(-4)=1=n_2$$

Дакле, $y=x-1$ је коса асимптота на график ф-је f кад $x\to+\infty$, а $y=-x+1$ је коса асимптота на график ф-је f кад $x\to-\infty$.

5° $f'(x) = \dfrac{x-3}{\sqrt[4]{x(x-4)^3}}$

$f'(x)=0$ за $x=3$, али $3 \notin D_f$, па није потенцијална тачка екстремума

$f'(x)$ није дефинисано за $x=0$ и $x=4$, па су то потенцијалне тачке екстремума

$\sqrt[4]{x(x-4)^3} > 0$ за $x \in D_f \setminus \{0,4\} \Rightarrow$ знак f' зависи само од знака ф-је $x-3$

$f'(x)>0$ за $x>3 \Rightarrow f'(x)>0$ за $x>4 \Rightarrow f \nearrow$ на $(4,+\infty)$

$f'(x)<0$ за $x<3 \Rightarrow f'(x)<0$ за $x<0 \Rightarrow f \downarrow$ на $(-\infty,0)$

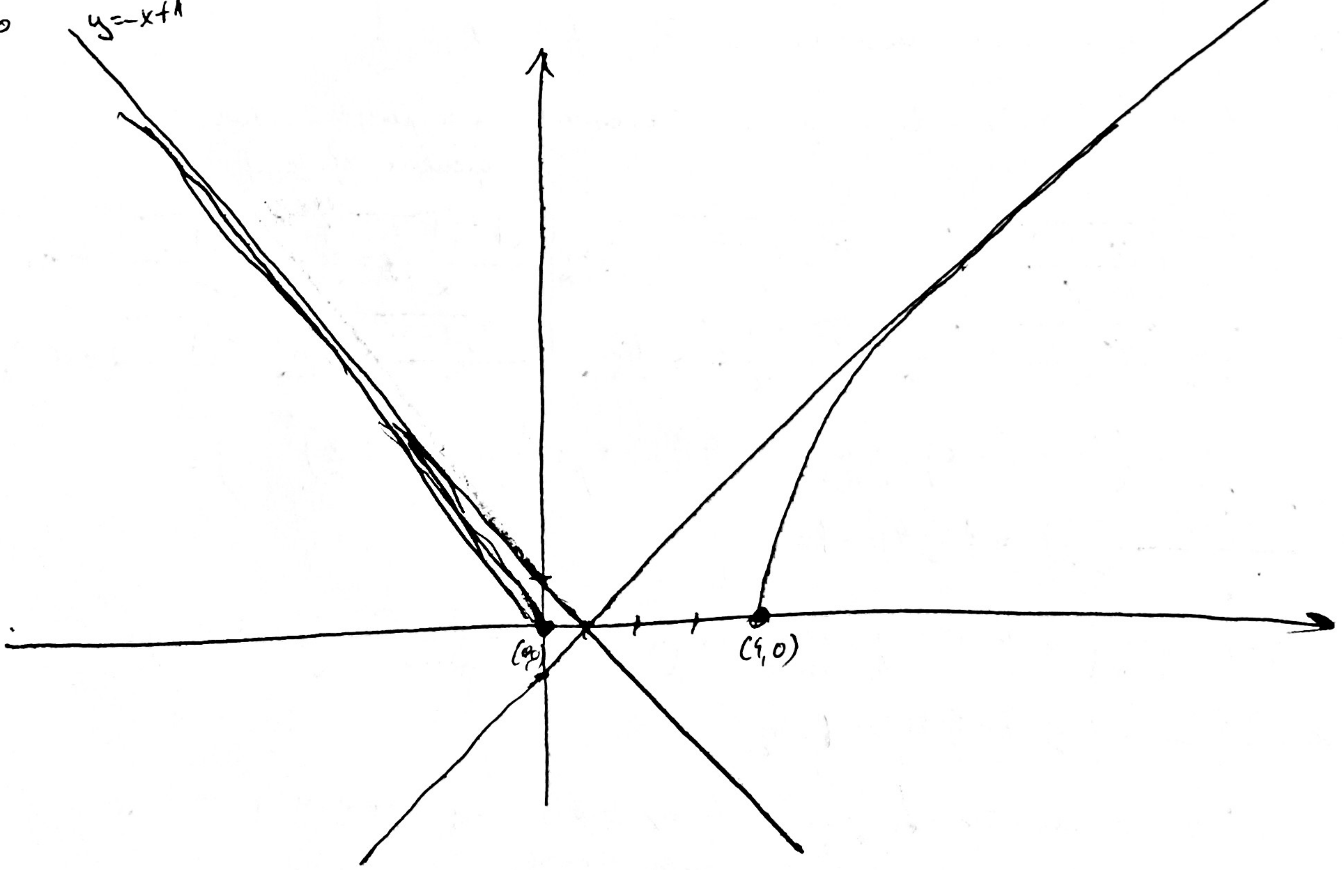
Тачке $x=0$ и $x=4$ су тачке локалних минимума ф-је f

$f_{min} = f(0) = f(4) = 0$

6° $f''(x) = \dfrac{-3}{\sqrt[4]{x^3(x-4)^7}}$

Како је $\sqrt[4]{x^3(x-4)^7} > 0$ за $x \in D_f \setminus \{0,4\}$, то је $f''(x) < 0$ за $x \in (-\infty,0) \cup (4,+\infty)$, па је f конкавна на $(-\infty,0) \cup (4,+\infty)$

7°



4. Испитати ~~особ~~ток и скицирати график функције:

$$f(x) = \frac{\ln|x|+1}{x}$$

1° $x \neq 0$

$D_f: \mathbb{R} \setminus \{0\}$

2° $f(-x) = \frac{\ln|-x|+1}{-x} = -\frac{\ln|x|+1}{x} = -f(x) \Rightarrow f$ је непарна

Како је функција f непарна, њен график је симетричан у односу на координатни почетак. Испитиваћемо својства ф-је на интервалу $(0,+\infty)$, а на крају ћемо добијену скицу симетрично пресликати на $(-\infty,0)$.

За $x \in (0,+\infty)$ важи $f(x) = \frac{\ln x+1}{x}$

3° $f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{\ln x+1}{x}=0 \Leftrightarrow \ln x+1=0 \Leftrightarrow \ln x=-1 \Rightarrow x=e^{-1}$

$f(x)<0 \Leftrightarrow 0<x<e^{-1}$

$f(x)>0 \Leftrightarrow x>e^{-1}$

4° Потенцијална вертикална асимптота је $x=0$

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x+1}{x} = -\infty \Rightarrow x=0$ је ~~вертикална~~ вертикална асимптота на график ф-је f

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x+1}{x} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{\underset{Л.П.}{=}} \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = 0 \Rightarrow y=0$ је хоризонтална асимптота на график ф-је f

Како ф-ја f има хоризонталну асимптоту, то нема косе асимптоте на график ф-је f.

5° $f'(x) = -\frac{\ln x}{x^2}$

$f'(x)=0$ за $\ln x=0$, тј. за $x=1 \Rightarrow x=1$ је потенцијална тачка екстремума

$f'(x)>0$ за $\ln x<0$, тј. $x<1 \Rightarrow f \nearrow$ на $(0,1)$

$f'(x)<0$ за $\ln x>0$, тј. $x>1 \Rightarrow f \searrow$ на $(1,+\infty)$

$\Rightarrow x=1$ је тачка локалног максимума

$f_{max} = f(1) = 1$

6° $f''(x) = \frac{2\ln x - 1}{x^2}$

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 2\ln x - 1 = 0 \Leftrightarrow \ln x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{e}$ – потенцијална тачка превоја

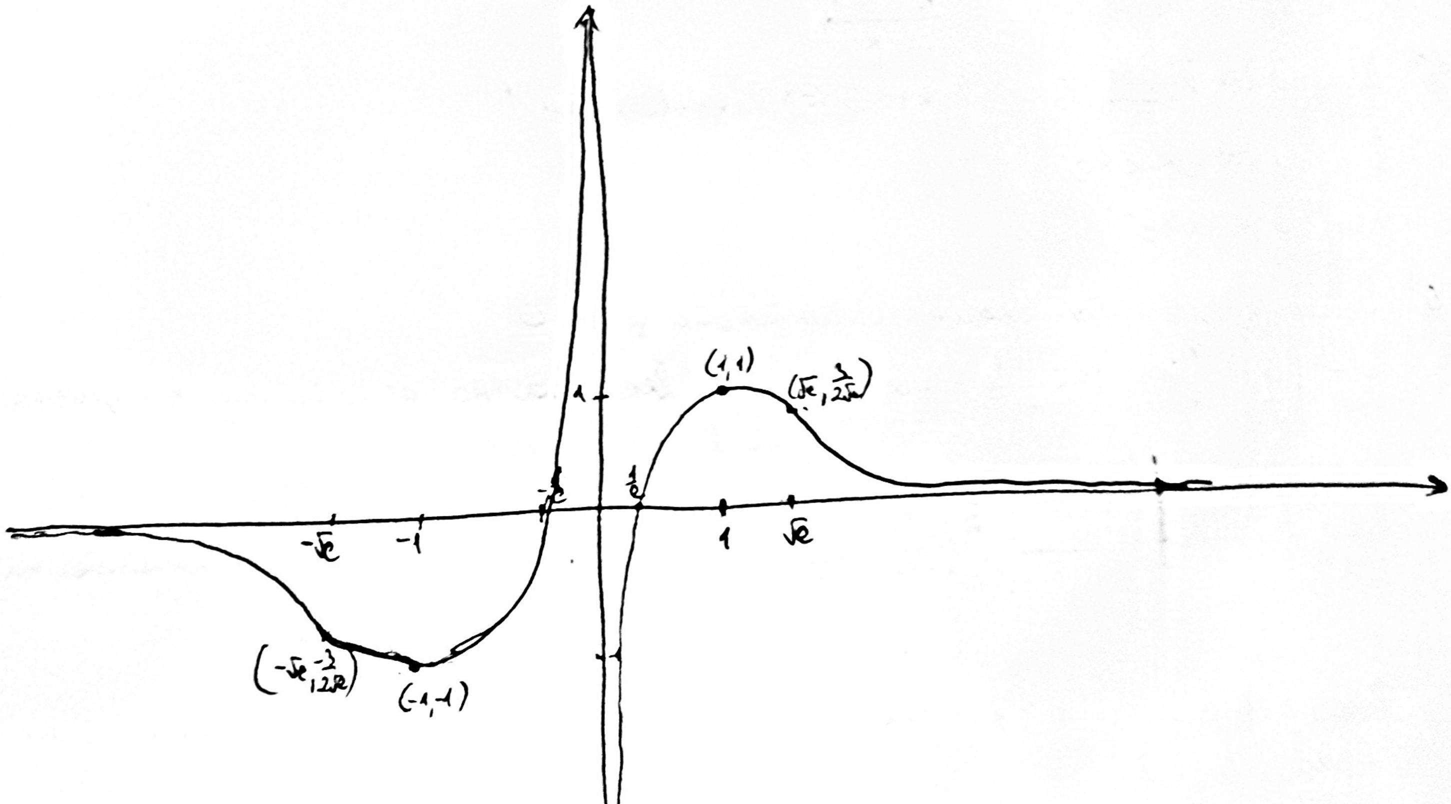
$f''(x) > 0$ за $2\ln x - 1 > 0 \Leftrightarrow \ln x > \frac{1}{2} \Leftrightarrow x > \sqrt{e}$ ⟹ f је конвексна на $(\sqrt{e}, +\infty)$

$f''(x) < 0$ за $0 < x < \sqrt{e}$ ⟹ f је конкавна на $(0, \sqrt{e})$

$x = \sqrt{e}$ је тачка превоја ф-је f

$f(\sqrt{e}) = \frac{3}{2\sqrt{e}}$

7°



$f(-e^{-1}) = 0$

$f(x) > 0$ за $x \in (-e^{-1}, 0)$

$f(x) < 0$ за $x \in (-\infty, -e^{-1})$

$f \searrow$ на $(-\infty, -1)$

$f \nearrow$ на $(-1, 0)$

$f_{min} = f(-1) = -1$

f је конкавна на $(-\infty, -\sqrt{e})$

f је конвексна на $(-\sqrt{e}, 0)$

.02. Неодређени интеграл

$\int 0\,dx = C$

$\int 1\,dx = x + C$

$\int e^x dx = e^x + C$

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$

$\int \frac{1}{x^2}dx = -\frac{1}{x} + C$

6° $\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + C$

7° $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$

8° $\int \cos x\,dx = \sin x + C$

9° $\int \sin x\,dx = -\cos x + C$

10° $\int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \operatorname{tg} x + C$

11° $\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\operatorname{ctg} x + C$

12° $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \arcsin x + C$

13° $\int \frac{1}{1+x^2}dx = \operatorname{arctg} x + C$

$\int \frac{6x^4 + 8x^{\frac{7}{2}} - 5x + 2}{x}dx = 6\int \frac{x^{\cancel{4}3}}{\cancel{x}}dx + 8\int \frac{x^{\frac{7}{2}}}{x}dx - 5\int \frac{x}{x}dx + 2\int \frac{1}{x}$

$= 6\int x^3 dx + 8\int x^{\frac{5}{2}}dx - 5\int dx + 2\ln|x| + C =$

$\cancel{6}^{3}\cdot \frac{x^4}{\cancel{4}_2} + 8\cdot\frac{x^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} - 5x + 2\ln|x| + C =$

$\frac{3}{2}x^4 + \frac{16}{7}x^{\frac{7}{2}} - 5x + 2\ln|x| + C$

3. $\int \frac{(x-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})}{\sqrt[3]{x}} dx = \int \frac{\cancel{x} + x^{3/2} - x^{1/2} - \cancel{x}}{x^{\frac{1}{3}}} dx =$

$= \int x^{\frac{7}{6}} dx - \int x^{\frac{1}{6}} dx = \frac{6}{13} x^{\frac{13}{6}} - \frac{6}{7} x^{\frac{7}{6}} + C$

4. $\int \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \sqrt{x\sqrt{x}}\, dx = \int \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) x^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{4}} dx = \int \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) x^{\frac{3}{4}} dx =$

$= \int x^{\frac{3}{4}} dx - \int x^{-\frac{5}{4}} dx = \frac{x^{\frac{7}{4}}}{\frac{7}{4}} - \frac{x^{-\frac{1}{4}}}{-\frac{1}{4}} + C = \frac{4}{7} x^{\frac{7}{4}} + 4 \frac{1}{x^{1/4}} + C$

5. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx + \int \frac{1}{\sin^2 x} dx =$

$= tg\, x - ctg\, x + C$

6. $\int a^x \left(1 + \frac{a^{-x}}{\cos^2 x}\right) dx = \int a^x + \cancel{a^x} \frac{1}{\cancel{a^x} \cos^2 x} dx = \frac{a^x}{\ln a} + tg\, x + C$

7. $\int \left(\frac{2}{1+x^2} - \frac{3}{\sqrt{1-x^2}}\right) dx = 2 \int \frac{dx}{1+x^2} - 3 \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = 2 arctg\, x - 3 arcsin\, x$

8. $\int \frac{x^4}{1+x^2} dx = \int \frac{x^4 - 1 + 1}{1+x^2} dx = \int \frac{(x^4-1)}{1+x^2} dx + \int \frac{1}{1+x^2} dx =$

$= \int \frac{(x^2-1)\cancel{(x^2+1)}}{\cancel{1+x^2}} dx + \int \frac{1}{1+x^2} dx = \int x^2 dx - \int dx + \int \frac{1}{1+x^2} dx =$

$= \frac{x^3}{3} - x + arctg\, x + C$

9. $\int \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}\right)^2 dx = \int \sin^2 \frac{x}{2} - 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} dx =$

$= \int (1 - \sin x) dx = \int dx - \int \sin x\, dx = x + \cos x + C$

10. $\int \sin^2 \frac{x}{2} dx = \int \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \frac{1}{2} x - \frac{1}{2} \int \cos 2x\, dx = \left| \begin{matrix} 2x = t \\ dx = \frac{1}{2} dt \end{matrix} \right| =$

$= \frac{1}{2} x - \frac{1}{2} \frac{1}{2} \int \cos t\, dt = \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin t + C = \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$

$$\int \cos^2 \frac{x}{2} dx = \int \frac{1+\cos 2x}{2} dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$$

$$\int \frac{3^x + 5^x}{2^{x+1}} = \int \frac{3^x}{2^{x+1}} dx + \int \frac{5^x}{2^{x+1}} dx = \frac{1}{2}\int \left(\frac{3}{2}\right)^x dx + \frac{1}{2}\int \left(\frac{5}{2}\right)^x dx =$$

$$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^x}{\ln \frac{3}{2}} + \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^x}{\ln \frac{5}{2}} + C$$